Die moderne Logik seit Frege

Andrés Raggio

Nach Bochenski entwickelten sich die Differenzierungen in die drei Schultypen aus der Frage um das Verhältnis vom Mathematik und Logik sowie aus dem Streit um die Antwort auf die Frage, "ob die Logik rein formal ausgebaut werden könne, als ein System von Zeichen, oder aber wesensnotwendig auch eine Deutung dieser Zeichen einschließe. Es ging also um zwei verschiedenen Probleme, die beide den Begriff der Logik betreffen" (Bo 70, S. 334 f.).

Die moderne Logik beginnt mit dem Bemühen Gottlob Freges, durch eine systematische Anwendung des Funktionsbegriffes Logik und Mathematik auf eine gemeinsame Grundlage zu stellen. Frege ergänzte dazu den Funktionsbegriff der Mathematik, indem er als Argumente und als Funktionswerte nicht nur Zahlen, sondern auch beliebige Gegenstände zuließ, darunter die für die Logik sehr wichtigen (zwei) Wahrheitswerte, nämlich das Wahre und das Falsche. Dabei bestimmte er einen Begriff als eine Funktion, "deren Wert immer ein Wahrheitswert ist" (G. FREGE, *Funktion und Begriff*, in: Funktion, Begriff, Bedeutung, hg. G. PATZIG, 1969, 28.).

Unter dem Wertverlauf einer Funktion versteht er dasjenige Objekt, das zwei für alle Argumente zusammenfallende Funktionen gemeinsam haben. Begriffsumfänge, d. h. Klassen, sind dann nichts anderes als die Wertverläufe von Begriffen. Durch diese 'Funktionalisierung' konnte Frege nicht nur die überlieferten Termini der logischen Fachsprache einheitlich ausdrücken und präziser definieren, sondern darüber hinaus gewisse in der Tradition ungelöste Fragen, z. B. diejenige nach der Natur der Quantoren- einer fast trivial anmutenden Lösung zuführen. Frege legte großen Wert darauf, diese funktionelle Neusystematisierung der Logik auch sprachlich genau auszudrücken. Seine zweidimensionale Notation – die Begriffsschrift – ist psychologisch unzweckmäßig; an Genauigkeit läßt sie aber nichts zu wünschen übrig. Nach Frege sollte jeder gedanklichen Unterscheidung eine sprachliche entsprechen und umgekehrt. Nur dadurch können wir aus den uns zugänglichen Zeichen Schlüsse auf die von ihnen dargestellten Zusammenhänge ziehen. "Die Zeichen sind für das Denken von derselben Bedeutung wie für die Schifffahrt die Erfindung, den Wind zu gebrauchen, um gegen den Wind zu segeln" (*Über die wiss. Berechtigung einer Begriffsschrift*, in: Begriffsschrift 21964, 107).

Frege unterscheidet bei Wörtern zwischen ihrer Bedeutung (reference) und ihrem Sinn (meaning) (*Über Sinn und Bedeutung*, a. O. [1] 40.). Der Eigenname 'Abendstern' z. B. hat als Bedeutung den Planeten Venus, als Sinn ein ideales Gebilde, das wir unmittelbar erfassen können, insofern wir Deutsch verstehen. Der Sinn eines sprachlichen Ausdrucks ist genau so sprachunabhängig wie seine Bedeutung: an der Existenz von nicht-sinnlichen, sprachunabhängigen Gegenständen hat Frege nie gezweifelt. Aufgrund dieser drei Leitideen, nämlich Funktionalisierung, Begriffsschrift und Unterscheidung von Sinn und Bedeutung, hat Frege in der Logik Entdeckungen gemacht, die nur mit denen des Aristoteles zu vergleichen sind. Die wichtigsten seien hier aufgezählt:

1. die erste - de facto - vollständige Axiomatisierung der zweiwertigen Aussagen-Logik und der Quantoren-Logik mit Identität;

2. die erste Analyse der Kennzeichnungen und der Aufweis der verheerenden Wirkungen ihres Mißbrauchs: "Eine für die Zuverlässigkeit des Denkens verhängnisvolle Eigenschaft der Sprache ist ihre Neigung, Eigennamen zu schaffen, denen kein Gegenstand entspricht" (Nachgelassene Logik Schriften. hg. Hermes/Kambartel/Kaulbach 1969, 286.)

3. die erste Systematisierung der Klassentheorie einschließlich der ersten Formulierung des Komprehensionsaxioms;

4. die erste Darstellung der Definitionen durch Abstraktion mit Anwendungen auf Geometrie und, vor allem, Arithmetik (mit ihrer Hilfe konnte Frege die erste rein logische Definition der Zahl geben);

5. der Nachweis der hohen Ausdrucksfähigkeit der Quantifikation über Prädikate (unabhängig von Dedekind zeigte Frege (*Die Grundl. der Arith.* 1884, 61.), wie man rekursive Definitionen mittels Quantoren zweiter Stufe auf explizite Definitionen zurückführen kann; dies war die Geburtsstunde des **Logizismus** (s. d.), d. h. des Versuchs, die Arithmetik auf eine erweiterte "große Logik" zu reduzieren);

6. die ersten Ansätze zur Bildung einer intensionalen Logik;

7. eine neue Theorie der Prädikation: Begriffe sind nach Frege Funktionen, folglich keine selbständigen Gegenstände, sondern ungesättigte Entitäten, die, wenn sie von Gegenstände prädiziert werden, ihre natürliche Ergänzung erreichen.

Die Forderungen des logizistischen Programms einerseits und die Möglichkeit, statt über Begriffe über die entsprechenden Klassen zu quantifizieren, andererseits haben Frege allerdings dazu veranlaßt, seiner Auffassung der **Prädikation** im Gesamtsystem nicht die ihr gebührende Bedeutung zu geben. Er glaubte, mit rein logischen Mitteln einen Gegenstandsbereich bestimmen zu können, in dem nicht nur die Logik, sondern auch die Arithmetik ihren natürlichen Platz findet. Nach Kant und Wittgenstein dagegen ist die Logik ontologisch steril. In Freges Auffassung aber gelten die logischen Wahrheiten objektiv und lassen sich daher nicht auf Konventionen, Als-ob-Bildungen, Annahmen usw. gründen. Nie in der Geschichte der Logik vor ihm war die zugrunde liegende philosophische Idee so einfach, und nie reichte deren Wirkung gleichwohl so weit in die logische Kleinarbeit hinein. Deswegen war Russells Entdeckung (1902), daß Freges Komprehensionsaxiom zu einem Widerspruch führt, nicht die Auffindung irgendeiner Unstimmigkeit, sondern eher dem Einsturz einer Kathedrale zu vergleichen. Seitdem ist der strenge Platonismus nicht mehr aufrechtzuerhalten; selbst platonisch orientierte Logiker, wie Gödel und Scholz (K. GÖDEL, *What is Cantor's continuum problem*, in: Philos. of math., hg. Benacerraf / Putnam (1964); H. SCHOLZ und G. HASENJÄGER, *Grundzüge der math. Logik*, 1961.), sind zu einer kritischen Version des logischen Platonismus genötigt (Vgl. Scholz / Hasenjäger, a. O. [6], VII.).

Die weitere Entwicklung der Logik im 20. Jh. ist weitgehend als Reaktion auf die von Russell entdeckte mangelnde Widerspruchsfreiheit von Freges Logik zu verstehen. Die Reaktion erfolgte in dreifacher Weise:

1. Reaktion: Logizismus

Erstens versuchte Russell, den Widerspruch dadurch zu verhindern, daß er logische Typen einführte (B. RUSSELL, *Math. Logik as based on the theory of types*, in: Logik and language, 1956; A. N. WHITEHEAD und B. RUSSELL, *Principia math.*, 11910, 21927.). In der traditionellen Logik war die zugrunde liegende und sinnstiftende grammatische Struktur der Sprache weitgehend unberücksichtigt geblieben. Russells Typentheorie brach mit diesem Vorurteil. Leider läßt seine philosophische Begründung der Typentheorie zwei Deutungen zu: Manchen gilt sie als ad hoc erfundenes Mittel zur Vermeidung der Widersprüche, manchen als eine einsichtige Konsequenz aus der kategorialen Struktur der Sprache. Zur selben Zeit entwickelte Edmund Husserl die erste sich streng an die Sprachstruktur anlehnende, allerdings nicht-pragmatische Begründung der Typentheorie (E. HUSSERL, *Log. Untersuch.*, 41928, U. IV.).

Seine Gedanken übten leider keinen Einfluß aus; erst über Lésniewski und Ajdukiewicz (K. AJDUKIEWICZ, *Die syntakt. Konnexität*, Studia philos., 1, 1935.) wurden sie in den gegenwärtigen Bemühungen um eine universelle logische Grammatik wiederentdeckt. Russell baute seine Typenunterschiede in eine noch komplexere Theorie ein: die verzweigte Typentheorie, die auf einen Vorschlag von Henri Poincaré (H. POINCARÉ, *Les math. et la Logik*, Rev. Mét. Morale, 13/14, 1905-6) zurückgeht. Innerhalb jeden Typs werden zusätzlich Ordnungen unterschieden, je nach dem Kompliziertheitsgrad der Definition eines Ausdrucks. Man erhält dadurch für jeden Begriff eine explizite Angabe seiner Genese. Deswegen stellt die verzweigte Typentheorie diejenige Version einer "großen Logik" dar, die am besten die Grundgedanken der kantischen Transzendentalphilosophie zum Ausdruck bringt (P. LORENZEN, *Einf. in die operative Logik und Math.*, 21969; HAO WANG, *A survey of math. Logik*, 1964, 585ff.).

Mit den kontextuellen Definitionen (Vgl. Art. 'Gebrauchsdefinition'.) der "unvollständigen Zeichen" -eine Methode, die auf Frege zurückgeht (Vgl. Logik FREGE, a. O. [5] XXII.), wenn er auch in seinen späteren Werken selten davon Gebrauch machte- wollte Russell die ontologischen Voraussetzungen seines Aufbaus der Logik kontrollieren. Sätze z. B., die eine Kennzeichnung enthalten, werden in solche umgeformt, die sie nicht mehr enthalten. Abgesehen von gewissen Ungenauigkeiten in der Bestimmung der Kontextabhängigkeit (K.

GÖDEL, *Russell's math. Logik*, in: The philos. of Bertrand Russell, hg. Schlipp, 1946, 126.) konnte Russell auf diese sehr einfache Weise die Thesen Meinongs (Vgl. Logik Art. 'Gegenstandstheorie'.) als überflüssig nachweisen. In der "no class-theory" versuchte Russell sogar die Klassen kontextuell zu eliminieren. Zwar gelang ihm so die Reduktion der Klassen auf Prädikate, aber die damit bezweckte Vereinfachung blieb aus: Statt eines extensionalen Platonismus mußte Russell einen intensionalen befürworten. Die Methode der "incomplete symbols" gilt seitdem als das Hauptwerkzeug jedes reduktionistischen Programms: "the supreme maxim in scientific philosophising is this: wherever possible, logical constructions are to be substituted for inferred entities" (B. RUSSELL, *Our knowledge of the external world*, 1914.).

2. Reaktion: Formalismus

Die zweite Reaktion auf das Scheitern von Freges System kam aus der formalen Axiomatik (s. d.) David Hilberts (D. HILBERT, *Grund Logik der Geometrie*, 11899, 111972; D. HILBERT und P BERNAYS, *Grund Logik der Math.*, 1 11934, 21968, 1.). Diese unterscheidet sich von der traditionellen, euklidischen Axiomatik (s. d.) dadurch, daß sie vom jeweiligen Sachgehalt abstrahiert und einen abgeschlossenen Individuenbereich voraussetzt (existentiale Fassung). Ein formales Axiomensystem definiert eine abstrakte Struktur. Wie die Objekte des vorausgesetzten Individuenbereiches definiert sind, welchen ontologischen Status sie haben, auf welche Weise sie die Forderungen des Axiomensystems (s. d.) erfüllen, all diese Fragen haben in der formalen Axiomatik keinen Platz. Unter diesen Voraussetzungen ist allerdings die Gefahr der Widersprüchlichkeit sehr groß. Deswegen forderte Hilbert, für jedes Axiomensystem einen Widerspruchsfreiheitsbeweis (WFB) zu führen. Dazu stehen transfinite Interpretationen nicht ohne weiteres zur Verfügung: Hilbert stand dem infinitistischen Ontologismus Freges -und Cantors- sehr kritisch gegenüber (Über die Kontroverse Frege / Hilbert vgl. G. FREGE: *Über die Grund Logik der Geometrie*, in: Kl. Schr., hg. I ANGELELLI, 1967.). Wenn jedoch eine mathematische Theorie, zusammen mit den in ihr verwendeten logischen Schlussweisen, in ein *formales* Axiomensystem umgewandelt wird, dann lässt sich der WFB unter Umständen mit ganz elementaren, finiten (s. d.) Mitteln erbringen: In der Tat definiert ein formales Axiomensystem induktiv eine ableitbare Satzmenge; folglich lässt sich unter Umständen auch induktiv beweisen, daß zwei kontradiktorische Sätze nicht gleichzeitig ableitbar sind. Das Hilbertsche Programm (s. d.) – die Beweistheorie (s. d.) – einer Begründung der Logik und der Mathematik besteht also nicht wie bei Frege darin, diesen Disziplinen einen ontologischen Ort zuzuweisen, sondern darin, nach erfolgter Formalisierung und durch einen WFB ihre "Möglichkeit" zu sichern. Frege hatte die Formalisierung der Logik schon erbracht, aber sie war für ihn nur zur Präzisierung relevant. Bei Hilbert dagegen ist die Formalisierung das Sprungbrett, von dem aus die endliche Vernunft, über ihren eigenen Schatten springend, das Unendliche zwar nicht erreicht, aber doch für einen fiktiven Gebrauch so weit absichert, als es für naturwissenschaftliche Anwendungen nötig ist.

1930 bewies Kurt Gödel die Vollständigkeit der Quantoren-Logik (K. GÖDEL, *Die Vollständigkeit der Axiome des log. Funktionenkalküls*, Mh. Math. Phys., 37, 1930.) erster Stufe und damit, daß der infinitistisch präzisierte Begriff der logischen Wahrheit und der finitäre Begriff der Ableitbarkeit umfangsgleich sind. Daraus folgt, daß jede widerspruchsfreie quantorenlogische Satzmenge ein Modell hat. Der Streit zwischen Frege und Hilbert wurde zugunsten Hilberts entschieden. Frege nämlich lehnte die WFB durch Formalisierung scharf ab und akzeptierte nur WFB durch Aufweis von Modellen. Nach Gödel sind nun beide Methoden gleichwertig. Leider ist der Gödelsche Vollständigkeitssatz nicht finitär zu beweisen und gehört deswegen nicht zur Beweistheorie. 1931 beweis Gödel die Unvollständigkeit der Peano-Arithmetik und die Unableitbarkeit der formalisierten Widerspruchsfreiheitsaussage innerhalb der Peano-Arithmetik (Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. Mh. Math. Phys., 38, 1931.). Aus dem Unvollständigkeitssatz folgt die Nicht-Axiomatisierbarkeit der Quantoren-Logik zweiter Stufe. Damit bestätigte die Beweistheorie den grundsätzlichen Unterschied zwischen Quantifizierung von Individuen und von Prädikaten, den schon Frege in seiner Theorie der Prädikation bemerkt hatte. Der Unvollständigkeitssatz stellt das wichtigste Ergebnis der Beweistheorie dar. Aus dem Unableitbarkeitssatz folgt aber leider, daß der WFB von formalen Axiomensystemen genügender Ausdrucksfähigkeit nicht mehr finit geführt werden kann. An diesem Satz scheiterte das Hilbertsche Programm im engeren Sinne.

1933 hat Alfred Tarski (A. TARSKI, *Der Wahrheitsbegriff in d. formalisierten Sprachen*, Studia philos., I, 1935; poln. 1933.) als Antwort auf Gödels Unvollständigkeitssatz die Wahrheitsdefinitionen eingeführt, um Satzmengen, die nicht axiomatisierbar sind, trotzdem einer theoretischen Bestimmung zugänglich zu machen. Statt wie in der formalen Axiomatik

Satzmengen induktiv mit Hilfe von Axiomen und effektiven Umformungsregeln zu erzeugen, läßt Tarski auch mengentheoretische, d. h. infinitistische Erzeugungsprinzipien zu. Es war daraufhin nahe liegend, durch Zulassung von infinitistischen Schlußbeweisen in der Metastufe, auf den finiten Standpunkt praktisch wieder zu verzichten. Jene erste formalistische Erweiterung der Beweistheorie stellt die endgültige Absage an die euklidische Tradition dar; diese zweite, mengentheoretische Erweiterung das Aufgeben von Kants Begründungsprogramm. Die so zweifach erweiterte Beweistheorie heißt heutzutage Modelltheorie (s. d.). Philosophisch tritt sie in zwei Varianten auf: Entweder wird die in der Metastufe verwendete Mengenlehre als eine *wahre Theorie* verstanden, dann hat man eine platonische Modelltheorie. Oder die mengentheoretischen Mittel werden einfach "syntaktisch" verwendet, d.h. ohne inhaltliche Begründung, dann hat man die formalistische Modelltheorie oder kurz den Formalismus (CH. CH. CHANG u. H. J. KEISLER, *Model theory*, 1973.). Mit der ungeheuren Erweiterung ihrer theoretischen Mittel ist die Modelltheorie – teilweise auch die formale Axiomatik – imstande, abweichende *nicht-klassische Systeme der Logik* zu untersuchen. Keines der Prinzipien, auf welchen Freges System der Logik aufgebaut war, blieb dabei von Abänderungen verschont: Es entwickelten sich mehrwertige Logiken, Logiken mit unendlich langen Ausdrücken, Logiken mit schwacher oder starker Negation, Logiken mit abweichender Implikation, Logiken ohne Variablen, modale Logiken, "tense logics" usw. (Zum Toleranzprinzip vgl. R. CARNAP, *Die log. Syntax der Sprache*, 1934; für die nicht-klass. Systeme vgl. J. B. ROSSER und A. R. TURQUETTE, *Many-valued Logik*, 1952; H. J. KEISLER, *Model theory for infinitary Logik*, 1971; A.R.ANDERSON und N. D. BELNAP, *Entailment: the Logik of relevance and necessity*, 1975; J. R. HINDLEY, B. LERCHER und J. P. SELDIN, *Introd. to combinatory Logik*, 1972; G. E. HUGHES and M. J. CRESSWELL, *An introd. to modal Logik*, 1968; N. RESCHER und A. URQUHART, *Temporal Logik*, 1971.)

3. Reaktion: Intuitionismus

Die dritte Reaktion auf das Scheitern von Freges System geht auf Brouwers Philosophie der Mathematik zurück. Er sieht in den Widersprüchen nur ein Symptom einer tiefer liegenden Krankheit. Die aristotelische Logik wurde nach Brouwer aus den Verhältnissen bei *endlichen* Mengen abstrahiert: ihre Anwendung auf *unendliche* Mengen ist unbegründet. Eine endliche Menge ist überschaubar, ihre Elemente lassen sich einzeln untersuchen; bei unendlichen

Mengen ist dies prinzipiell ausgeschlossen. Waren die Aussagen bei Frege Eigennamen der beiden platonischen Objekte "das Wahre" bzw, "das Falsche", so sind sie bei Brouwer lediglich Endergebnisse von Beweisen. Mathematische Objekte – die einzigen Beispiele von Unendlichkeiten – werden im Kontext ihrer transzendentalen Gegebenheitsweise, als Konstruktionsergebnisse betrachtet. Daraus folgt die Unzulässigkeit des *tertium non datur*. Es ist nicht gesagt, daß wir entweder eine Konstruktion (einen Beweis) finden, oder aus der Voraussetzung der Existenz einer Konstruktion (eines Beweises) einen Widerspruch ableiten können.

Die aus diesen Überlegungen entstandene intuitionistische Logik (Logik E. J. BROUWER, *Coll. Works*, 1, 1975; A. HEYTING, *Intuitionism*, 31971.) – sogenannt wegen der prinzipiellen Rolle, welche Brouwer der Intuition der Zeit bei der Erzeugung von unendlichen Mengen zuwies – wurde von Heyting axiomatisiert (*Die formalen Regeln der intuitionist. Logik*, Sber. preuß. Akad. Wiss., phys.-math. KLogik, 1930.). Neben den Restriktionen gegenüber der klassischen Logik treten im Intuitionismus (s. d.) auch Erweiterungen der Ausdrucksmittel auf (K.GÖDEL, Zur intuitionist. Arith. und Zahlentheorie. Erg. eines math. KolLogik, H. 4, 1933; G. GENTZEN, *On the relation between intuitionistic and class. arith.*, in: Coll. Papers, 1969, 53.). Brouwers Ideen haben die erkenntnistheoretische Diskussion um die Logik auf eine neue Basis gestellt. In einer Zurückwendung zu Kant hat Brouwer – und auch Poincaré mit seiner Forderung einer stufenweise Anwendung des Komprehensionsaxioms – die Naivität von Freges Ontologismus und Objektivismus zu überwinden gesucht. Hilberts finiter Standpunkt wird der Brouwerschen Kritik im Grunde nur auf der Metastufe gerecht; in der Objektstufe behielt Hilbert aus pragmatischen Gründen den Infinitismus von Frege und Cantor bei (Logik E. J. BROUWER, *Intuitionism and formalism*, Bull. Amer. Math. Soc., 20, 1913; vgl. a. O. [25].).

Neuerlich hat Paul Lorenzen diese Auseinandersetzung aufgenommen und weiterentwickelt. Über Brouwer hinaus will er die Logik nicht auf den (mathematischen) Beweisbegriff, sondern auf den (pragmatischen) Dialogbegriff zurückführen. Manche Aussagen (z. B. unendliche All-Aussagen) sind nicht *beweis*definit – d. h. wir wissen nicht, was als ein Beweis gelten kann – jedoch wenigstens *dialog*definit, in dem Sinne, daß wir den Ausgang von Dialogen um diese Aussagen entscheiden können. Aufgrund der allgemeinsten Eigenschaften einer Dialog-situation bestimmt Lorenzen zuerst eine strenge Dialogregel, wonach die Dialogpartner abwechselnd die unmittelbar vorher behauptete Aussage angreifen oder sich auf einen unmittelbar vorhergehenden Angriff verteidigen. Zwei Erweiterungen dieser strengen Dialogregel, die zur intuitionistischen bzw. zur klassischen Logik führen, werden im Anschluß an Hilberts Grundgedanken durch einen WFB legitimiert. Bei Theorien mit stabilen Primformeln, d. h. Formeln, deren doppelte Negationen die einfachen Affirmationen implizieren, kann man ruhig die klassische Logik verwenden: ein daraus resultierender Widerspruch würde sich stets auch intuitionistisch ergeben. Wenn dagegen die Individuenbereiche nicht konstruktiv erzeugbar sind – wie teilweise in der klassischen Analysis, stellt die klassische Quantoren-Logik eine unbegründete Extrapolation dar (P. LORENZEN und O. SCHWEMMER, *Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie*, ²1974; P. LORENZEN, *Differential und Integral*, 1965.).

Die dreifache Krise

In seinem Aufsatz "The Three crises in Mathematics: Logicism, Intuitionism an Formalism" schreibt Ernst Snapper als Ergebnis:

“The fact that logicism, intuitionism, and formalism correspond to realism, conceptualism, and nominalism, respectively, was brought to light in Quine’s article, "On What There Is" (…).Where do the three crises in mathematics leave us? They leave us without a firm foundation for mathematics. After Gödel’s paper appeared in 1931, mathematicians on the whole threw up their hands in frustration and turned away from the philosophy of mathematics. Nevertheless, the influence of the three schools discussed in this article has remained strong, since they have given us much new and beautiful mathematics. This mathematics concerns mainly set theory, intuitionism and its various constructivist modifications, and mathematical logic with its many offshoots. However, although this kind of mathematics is often referred to as "foundations of mathematics", one cannot claim to be advancing the philosophy of mathematics just because one is working in one of these areas. Modern mathematical logic, set theory, and intuitionism with ist modifications are nowadays technical branches of mathematics, just as algebra or analysis, and unless we return directly to the philosophy of mathematics, we cannot expect to find a firm foundation for our science. It is evident that such a foundation is not necessary for technical mathematical research, but there are still those among us who yearn for it. The author believes that the key to the foundations of mathematics lies hidden somewhere among the philosophical roots of logicism, intuitionism, and formalism and this is why he has uncovered these roots, three times over. . . ."

Snapper meint also, dass der Schlüssel zur Begründung der Mathematik irgendwo in den philosophischen Wurzeln von Logizismus, Intutionismus und Formalismus verborgen liege. Gerade jene Wurzeln aber versuchen wir in der Wesenlehre aufzuzeigen. Die Wurzeln liegen allerdings "über" den bisherigen erkenntnistheoretischen Positionen der drei Schultypen der Mathematik und Logik.